

Wie viele Atome sind es?

1 Vorbemerkungen

Worum geht's?

In diesem Kapitel soll vor allem die ungeheure Anzahl von Atomen veranschaulicht werden, die in Körpern verschiedener Größe vorkommen. Vom winzigen Tropfen eines Tintenstrahldruckers bis hin zum kompletten Universum. Insbesondere geht es dabei auch darum, den Umgang mit großen Zahlen einzuüben.

Unbedingte Voraussetzungen

- Im folgenden Kapitel kommen laufend sehr große Zahlen und sehr kleine Zahlen vor, die man in üblicher Weise nicht in den Taschenrechner eintippen kann. Daher ist es unbedingt erforderlich, dass man mit der wissenschaftlichen Zahlendarstellung vertraut ist. Sollte dies nicht der Fall sein, muss man diese (z.B. anhand des Extrablattes) kurz wiederholen. Das gleiche gilt, wenn man nicht mehr weiß, wie diese Zahlen in den Taschenrechner eingetippt werden.
- Da es darum geht Atomzahlen abzuschätzen, kommt in diesem Abschnitt ein paar mal die aus dem Chemieunterricht bekannten Begriffe mol und Molmasse vor. Wirklich verstehen wird man die folgenden Rechnungen nur dann, wenn diese Begriffe vertraut sind.

Benötigte Zahlenwerte?

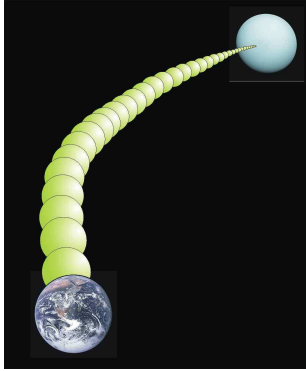
- Aus der Atomphysik und der Chemie sollte man ein paar Zahlen für die folgenden Überlegungen parat haben:
 1. Da die Chemiker häufig mit riesigen Zahlen von Teilchen zu tun haben, haben sie eine eigene Einheit dafür eingeführt, das Mol. Ein Mol eines Stoffes entspricht dabei immer rund $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen
 2. Der Durchmesser eines Atoms liegt in der Größenordnung von 10^{-10} m
 3. Ein Mol Wasserstoff hat eine Masse von 1 g
 4. Ein Mol Wasser hat eine Masse von 18 g
- Alle weiteren benötigten Zahlen (Größe der Erde, Zahl der Sterne,...) werden dann an den entsprechenden Stellen angegeben.

2 Molekülschlange

Molekülschlange

Angenommen, man reiht alle Moleküle, die in einem Kubikzentimeter Wasser enthalten sind in einer langen Kette auf. Wie lang wäre diese Kette?

- Da Wasser eine Dichte von 1 g/cm^3 hat, hat unser Kubikzentimeter Wasser eine Masse von 1g.
- Da 1 mol Wasser eine Masse von 18 g hat, ist in einem Gramm und damit in unserem Kubikzentimeter Wasser



- 1/18 mol Wasser enthalten.
- Damit sind in 1 cm³ Wasser

$$\frac{1}{18} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{Moleküle}}{\text{mol}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{23} \frac{\text{Moleküle}}{\text{cm}^3}$$
 enthalten
- Legt man diese Atome alle in eine lange Reihe, so beträgt die Länge der entstehenden Schla bei einem Atomdurchmesser von 10⁻¹⁰ m:

$$\frac{1}{3} \cdot 10^{23} \text{Moleküle} \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{Molekül}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{13} \text{m}$$

Dies sind

$$\frac{1}{3} \cdot 10^{13} \text{m} \approx 3,3 \cdot 10^{12} \text{m} = 3,3 \cdot 10^9 \text{km}$$

Die entstehenden Schlange würde mit einer Länge von rund 3 Milliarden km ungefähr bis zum Neptun reichen.

3 Zahl der Atome im Tropfen eines Tintenstrahldruckes

Was kann man damit ausrechnen?

Es soll die Zahl der Atome berechnet werden, die sich in dem winzigen Tropfen eines Tintenstrahldruckers befinden. Dazu nehmen wir vereinfachend an, dass unsere Tinte lediglich Wasser sei. Aus dem Chemieunterricht ist bekannt, dass ein Mol Wassermoleküle eine Masse von 18 g hat. Da jedes Wassermolekül aus drei Atomen besteht (2 H, 1 O) enthält ein mol Wassermoleküle

$$3 \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ Atome} = 18 \cdot 10^{23} \text{ Atome}$$

Damit beträgt die durchschnittliche Masse eines Atoms im Wasser

$$\frac{18 \text{g}}{18 \cdot 10^{23} \text{ Atome}} = \frac{1}{10^{23}} \frac{\text{g}}{\text{Atom}} = 10^{-23} \frac{\text{g}}{\text{Atom}}$$

Wie groß ist der Tintentropfen eines Druckers?



Bei meinem Drucker wird die Tropfengröße mit 1pl angegeben. Dabei steht der Vorsatz piko für 10⁻¹². Da ein Liter einem Volumen von 1 dm³ entspricht, gilt

$$V_{\text{Tr}} = 10^{-12} \text{ dm}^3$$

Da 1 dm³ 1000 cm³ enthält, gilt

$$V_{\text{Tr}} = 10^{-12} \cdot 1000 \text{ cm}^3$$

Nun bewährt sich unsere Schreibweise, da man bei der Multiplikation mit 1000 nur die Zahl der Nullen und damit den Exponenten der 10-er Potenz um 3 erhöhen muss.

$$\Rightarrow V_{\text{Tr}} = 10^{-9} \text{ cm}^3$$

Wie viele Atome sind das?

Da Wasser die Dichte 1 g/cm³ hat, und der Tropfen ein Volumen von 10⁻⁹ cm³, hat der Tropfen eine Masse von 10⁻⁹ g.

Um die Zahl der Atome pro Tropfen zu ermitteln, dividiert man die Masse eines Tropfens durch die Masse pro Atom und erhält:

$$\frac{10^{-9} \text{g}}{10^{-23} \frac{\text{g}}{\text{Atom}}} = 10^{14} \text{ Atome}$$

Selbst in einem winzigen Tropfen Tinte ist also eine unvorstellbar riesige Zahl von Atomen enthalten.

Wie lange bräuchte man, um sie zu zählen?



Ich nehme an, dass man in jeder Sekunde ein Atom zählen kann. Da das Jahr ca. 31 Millionen, also $31 \cdot 10^6 \approx 3 \cdot 10^7$ Sekunden hat, wäre man also

$$\frac{10^{14} \text{ Atome}}{3 \cdot 10^7 \frac{\text{Atome}}{\text{Jahr}}} \approx 3,3 \cdot 10^6 \text{ Jahre}$$

lang mit Zählen beschäftigt und zwar rund um die Uhr, also auch nachts! Hätte die berühmte Australopithecine Lucy, die vor ca. 3,2 Millionen Jahren in Afrika gelebt hat und deren Skelett man 1974 ausgrub mit dem Zählen begonnen, wäre man heute noch nicht fertig sondern müsste noch 100 000 Jahre lang weiter zählen.

4 Aus wie vielen Atomen besteht die Erde und das Weltall?

Fröhliches Atome Raten

Schätze einmal aus wie vielen Atomen die Erde besteht, und wie viele Atome im ganzen Universum existieren. Es geht dabei nicht um eine genaue Zahl. Du kannst dich schon dann beglückwünschen, wenn du die Zahl der Nullen, die die gesuchte Zahl hat, näherungsweise richtig hast.

Schreibe die geratene Zahl (von Nullen) auf einen Zettel und hebe ihn gut auf, bis wir mit der folgenden Rechnung fertig sind.

Die Zahl der Atome aus denen die Erde besteht.



Erde fotografiert von Apollo 17

Um diese Frage exakt zu beantworten müsste man über die Zusammensetzung des Erdinnern exakt Bescheid wissen, und dann jede Atomsorte entsprechend ihrem Anteil in das Ergebnis mit einfließen lassen. Das können wir hier nicht tun. Daher nehmen wir vereinfachend an, dass die Erde eine ähnliche Zusammensetzung hat wie der Rest des Weltalls und zum überwiegenden Teil aus Wasserstoff besteht. Die Zahl der Atome, aus denen die Erde besteht, erhält man dann, indem man die Masse der Erde durch die Masse eines Atoms dividiert.

$$N_E = \frac{m_E}{m_{\text{Atom}}} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1,7 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{Atom}}} \approx 3,5 \cdot 10^{51} \text{ Atome}$$

Die Zahl der Atome im Universum

In den klassischen Vorstellungen vom Weltall ist der ganz überwiegende Teil der Materie im Weltall in Sternen gebunden. Um die Zahl der Atome im Universum abzuschätzen benötigt man zum einen die Zahl der Atome pro Stern und zum andern die Zahl der Sterne im Universum. Diese beiden Zahlen sind dann zu multiplizieren. Also los: Unsere Sonne ist ein absolut durchschnittlicher Stern. Ihre Masse ist rund 2 Millionen mal größer als die Masse der Erde. Sie enthält daher auch die ca. 2-millionen-fach größere Zahl von Atomen. Um leichter rechnen zu können, schreiben wir auch die Zahl 2 000 000 in der



Spiralgalaxie M51 und ihre Begleitgalaxie

wissenschaftlichen Zahlenschreibweise, also:

$$2\,000\,000 = 2 \cdot 1\,000\,000 = 2 \cdot 10^6$$

$$N_s = 2 \cdot 10^6 \cdot 3,5 \cdot 10^{51} = 7 \cdot 10^{57} \approx 10^{58}$$

Unsere Sonne ist einer von ca. 100 Milliarden Sternen, aus denen unsere Milchstraße besteht. Die Milchstraße ist eine absolut durchschnittliche Galaxie, deren Anzahl im Universum, auf ca. 100 Milliarden geschätzt wird.

Die Zahl 100 Milliarden schreibt man mit Hilfe von Zehnerpotenzen als 10^{11}

Es gibt also im Universum ca.

$$10^{11} \cdot 10^{11} = 10^{22}$$

Sterne, von denen jeder aus ca. 10^{58} Atomen besteht. Die Gesamtzahl der Atome im Universum beträgt also ca.:

$$10^{58} \cdot 10^{22} = 10^{80}$$

Diskussion des Ergebnisses

```

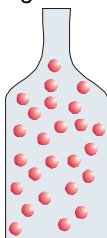
100 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
000 000 000
  
```

Zahl der Atome im Universum

Nun kannst du mit deinen geratenen Zahl vergleichen. Falls du bereits vor Beginn der Rechnung für die Erde mit 45 – 55 Nullen und für das Universum mit weniger als 100 Nullen gerechnet hast, dann kannst du dich als echten Experten im Atome Raten bezeichnen. Viele Menschen tippen auf Tausende oder Millionen von Nullen. Man verliert bei so großen Zahlen jegliche Vorstellung, da man leicht vergisst, dass jede Null, die man anhängt eine Verzehnfachung des Ergebnisses bedeutet. So bedeutet z.B. das Anhängen von Nullen an eine Zahl, dass man diese Zahl zunächst verzehnfacht. Dieses Ergebnis noch mal verzehnfacht und das so erhaltene Ergebnis noch ein drittes Mal verzehnfacht. Die Anweisung „ 10^{51} “ steht nun für 51 solcher „Verzehnfachungsschritte“. Vielleicht kann man nun errahnen, welche ungeheuer riesige Zahl die Zahl $3,5 \cdot 10^{51}$ darstellt.

5 (Fast) homöopathische Verdünnung

(Fast) homöopathische Verdünnung



Abschätzen der Fehler, die bei der Verwendung von Faustformeln auftreten.

± 5%

Wir stellen uns vor, dass wir 1 cm^3 einer Flüssigkeit in den Ausguss schütten. Diese Flüssigkeit landet dann nach einem langen Weg durch Bäche und Flüsse letztlich im Meer. Wir stellen uns dann vor, dass wir die kompletten Weltmeere bis zum Meeresboden gut durchmischen und anschließend an einer beliebigen Stelle 1 Liter Meerwasser schöpfen und es analysieren. Wie viele Moleküle unserer ausgegossenen Flüssigkeit werden wir dann Schätzungsweise in diesem Liter wieder finden?

Für unsere Zwecke benötigen wir wieder keine exakten Formeln, es genügen Faustregeln (s. Extraskript „Faustregeln“) um das Volumen der Ozeane abschätzen, da wir wieder im Wesentlichen an der Zahl der Nullen interessiert sind. Als Faustregel benutzen wir, dass der Durchmesser eines Kreises rund ein Drittel des Umfangs beträgt. Volumen und Oberflächeninhalt einer Kugel sind ziemlich genau halb so groß wie Volumen und Oberflächeninhalt desjenigen Würfels in den die

Kugel genau rein passt. Diese Faustregeln sind so genau, wie $\pi \approx 3$ ist. Da $\pi = 3,1415\dots$ beträgt der Fehler durch die Näherung ca. 5%, was für unsere Zwecke vernachlässigbar ist. Also los:

Das Volumen der Weltmeere



Bekanntlich ist die Erde eine Kugel mit einem Umfang von 40000 km, die zu 70% mit Wasser bedeckt ist. An der tiefsten Stelle, dem Marianengraben, ist der Pazifik 11034 m tief. Die durchschnittliche Tiefe der Ozeane beträgt jedoch nur etwa 4 km.

Der Durchmesser der Erde beträgt also ein Drittel von 40 000 km also ca. 13 000 km. Der Würfel, in den die Erde genau reinpasst, hat 6 quadratische Seiten mit einer Kantenlänge von ca. 13 000 km. Der Oberflächeninhalt der Erde beträgt also ca.

$$O_E \approx 3 \cdot (13\,000\text{ km})^2 = 3 \cdot 169 \cdot 10^6\text{ km}^2 \approx 500 \cdot 10^6\text{ km}^2$$

Da die Erde zu 70% von Meer bedeckt ist, sind das:

$$\begin{aligned} A_{\text{Ozean}} &= 70\% \text{ von } 500 \cdot 10^6\text{ km}^2 \\ &= 0,7 \cdot 500 \cdot 10^6\text{ km}^2 \\ &= 350 \cdot 10^6\text{ km}^2 \end{aligned}$$

Dieses Wasser ist im Schnitt 4 km tief Daher beträgt die Wassermenge in den Ozeanen:

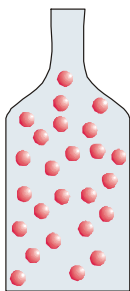
$$\begin{aligned} V_{\text{Ozean}} &= 350 \cdot 10^6\text{ km}^2 \cdot 4\text{ km} \\ &= 1400 \cdot 10^6\text{ km}^3 \\ &= 1,4 \cdot 10^9\text{ km}^3 \end{aligned}$$

Um unsere Frage beantworten zu können benötigen wir dieses Volumen in der Einheit Liter, also in dm^3 .

Da „dezi“ für 1/10 und „kilo“ für 1000 steht, muss man beim Umrechnen von km in dm das Komma um 4 Stellen verschieben. Da es um Volumina geht, muss man die Anzahl dieser Stellen verdreifachen (s. auch Extraskript „Einheiten umrechnen“). D.h.

$$\begin{aligned} 1\text{ km}^3 &= 10^{12}\text{ dm}^3 \\ \Rightarrow V_{\text{Ozean}} &= 1,4 \cdot 10^9 \cdot 10^{12}\text{ dm}^3 = 1,4 \cdot 10^{21}\text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Wie viele Moleküle also?



Mit einem Liter Wasser entnimmt man dem Ozean also den $\frac{1}{1,4 \cdot 10^{21}}$ - ten Teil seines Wassers und damit auch den

$\frac{1}{1,4 \cdot 10^{21}}$ - ten Teil der von uns ins Abwasser entlassenen Moleküle. Da ein Kubikzentimeter (Ab-)Wasser eine Masse von 1g hat, entspricht dies 1/18 mol. Das sind

$$\frac{1}{18}\text{ mol} \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}\text{ Atome}}{\text{mol}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{23}\text{ Atome}$$

Davon entnehmen wir den $\frac{1}{1,4 \cdot 10^{21}}$ - ten Teil, d.h.

$$\frac{1}{1,4 \cdot 10^{21}} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{23}\text{ Atome} = \frac{1}{4,2} \cdot 10^2\text{ Atome}$$

Das sind ungefähr 25.